# البرمجة الخطية

المحاضرة :٢

# البرمجة الخطية Linear programming (LP)

تختلف تعاريف البرمجة الخطية ويمكن القول انها تكون حسب وجهة نظر او خلفية متبنيها، ولكنها في النهاية تتفق على مسار واحد وهو الخطية.

١– أسلوب رياضي حديث يستعمل :اداه لايجاد افضل الاستعمالات للموارد المحدودة والمتاحة لدى المنشأة وله جانبان:

- البرمجة (Program) : تعني إمكانية استعمال أسلوب لايجاد البرامج المختلفة لاستعمال الموارد المحدودة (المتاحة او المتوفرة) لدى المنشأة بما يتلائم مع القيود المفروضة على هذه الموارد.
- الخطية (Linearity) : تعني العلاقات المحددة بين المتغيرات كافة للمشكلة قيد الدرس. وهي تشير لكون استجابة المتغيرات كافة تكون واحدة تتناغم مع استجابة دالة الهدف.

٢–أسلوب علمي يعتمد على التحليل الدقيق لكل مجريات المشكلة قيد الدرس تعتمد على جزئيين في دراستها

- البرمجة (Program) : تشير للتخطيط الدقيق والواضح لما ننوي عملة مستقبلا.
- الخطية(Linearity) : وتشير للعلاقة الرياضية بين المتغيرات، والتي تمثل بنموذج رياضي (أي خطي من الدرجة الأولى، متجانس، زيادة أي طرف تؤدي لزيادة بنفس النسبة في الطرف الاخر...)

# البرمجة الخطية (LP) Linear programming

تعد البرمجة الخطية احد اهم وسائل بحوث العمليات، والتي تستعمل في تحليل مختلف المشاكل في الحياة العملية. وقد اخذت دورا بارزا في :

- المجالات الصناعية.
- المجالات التجارية.
- المجالات الاقتصادية.

تعتمد أساسا على صياغة النموذج الرياضي(الذي يربط العلاقات بين متغيرات النظام)، والتي يفترض ان تكون علاقة خطية لجميع قيود المشكلة و دالة الهدف (أي ان صح التعبير معادلة من الدرجة الاولى)، وهناك إمكانية ان تمثل برسم بياني في حال كونها تتركب من متغيرين او ثلاثة ولن المتغيرين تكون اكثر وضوحا.

# مستلزمات تطبيق البرمجة الخطية.

لتطبيق البرمجة الخطية ينبغي :

١. ان يكون لدينا هدف واضح ومحدد مسبقا بشكل دقيق (تحقيق اربح، تخفيض خسائر).
٢. ان يوجد اكثر من بديل لتحقيق الهدف ويصعب المقارنة بينها.
٣. ان تكون الموارد المستخدمة محددة (هناك ندرة) لـ( راس المال، ساعات العمل، الموارد الاولية... ).
٤. التعبير عن المشكلة بنموذج رياضي واضح.
٥. ان تكون العلاقة بين المتغيرات ( في كامل النموذج) علاقة خطية من الدرجة الأولى.

# الصيغ الرئيسة للنموذج الرياضي في البرمجة الخطية

توجد ثلاث صيغ يمكن ان توضع بها النماذج الرياضية:

- الصيغة العامة General Form
- الصيغة القانونية Canonical Form
- الصيغة القياسيةStandard Form

ملاحظه

- لكل صيغة وضيفة معينة او دور في الية الوصول لامكانية تجسيد النموذج وتهيئته للحل بأحد الطرق الرياضية بهدف الوصول لحل المشكلة قيد الدرس.

# أولا: الصيغة العامة

$$\textbf{Max or Min } (Z \text{ or } X_0) = f(x_j) \quad \textbf{where.} \quad j = 1, 2, 3 \dots n$$

$$\textbf{Subjects to or S. to}$$

$$G(x_{ij}) \ (\leq = \geq) \ b_i \quad \textbf{where} \quad j = 1, 2, 3 \dots n \qquad i = 1, 2, 3 \dots m$$

$$x_j \geq 0$$

دالة الهدف
OF

Constraints
القيود

الجانب الايمن
RhS

المتغيرات
وجميعها
موجبه

حيث ان:

$\textbf{Max. } (Z \text{ or } X_0)$ = تعظيم ارباح :أكبر قيمة (مثلى) ( لـ $Z \text{ or } X_0$ )

$\textit{Min.}(Z \text{ or } X_0)$ = تقليل كلف :أصغر قيمة (مثلى) ( لـ $Z \text{ or } X_0$ )

$(Z \text{ or } X_0)$ = قيمة دالة الهدف

$x_j$ = متغيرات القرار

$j$ = مؤشر يشير الى المتغيرات وعددها يصل الى $n$

$n$ = عدد المتغيرات المستخدمة في النموذج

# أولا: الصيغة العامة

تكتب دالة الهدف بشكل دالة تكون عبارة عن ضرب (ربح، كلفة، سعر بيع...الخ) في عدد الوحدات من مادة في المشكلة قيد الدرس وتيمكن ان تطور الصيغة السابقة لتكون كثر وضوحا كالاتي:

$$\mathbf{Max\ or\ Min\ (Z\ or\ X_0)} = f(x_j) = \sum_{i,j=1}^{m,n} C_j X_i \text{ , where. } \begin{matrix} i = 1,2,3 \dots m \\ j = 1,2,3 \dots n. \end{matrix}$$

حيث ان:

$f(x_j) = \sum_{i,j=1}^{m,n} C_j X_i$ = دالة الهدف

$C_j$ = معاملات المتغيرات في دالة الهدف.

$x_i$ = متتغيرات القرار

$j$ = مؤشر يشير الى المتغيرات وعددها يصل الى $n$ و دائما يمثل الاعمدة

$n$ = عدد المتغيرات المستخدمة في النموذج

$b_i$ = تمثل الجانب الايمن للقيد $i$

$i$ = مؤشر يشير الى المتغيرات وعددها يصل الى $m$ و دائما يمثل الصفوف (رقم القيد)

$m$ = وتمتل عدد القيود

: ملاحظة:

-تم تغير ترميز مؤشر متغيرات القرار $(x_i)$ و معاملات متغيرات القرار $(C_j)$ وذلك لتحقيق شرط ضرب المصفوفات .

-سيتم شرح عدد المتغيرات والقيود في محاضرات حل النماذج... فنحن الان بصدد كتابة النموذج والتعبير عنه فقط

# أولا: الصيغة العامة

- يمكن كتابة النموذج بشكل اكثر وضوحا وكلاتي:

$$Max\ or\ Min\ (Z\ or\ x_0) = C_1X_1 + C_2X_2 + C_3X_3 + \cdots \ldots\ldots\ldots + C_nX_n$$

$$S.TO$$

$$a_{11}X_1 + a_{12}X_2 + a_{13}X_3 + \cdots \ldots\ldots\ldots + a_{1n}X_n \leq = \geq \ b_1$$
$$a_{21}X_1 + a_{22}X_2 + a_{23}X_3 + \cdots \ldots\ldots\ldots + a_{2n}X_n \leq = \geq \ b_2$$
$$a_{31}X_1 + a_{32}X_2 + a_{33}X_3 + \cdots \ldots\ldots\ldots + a_{3n}X_n \leq = \geq \ b_3$$

. . . +…. ……. ….+ . … .

. . . +…. ……. ….+ . … .

. . . +…. ……. ….+ . … .

$$a_{m1}X_1 + a_{m2}X_2 + a1_3X_3 + \cdots \ldots\ldots\ldots + a_{mn}X_n \leq = \geq \ b_m$$

$$X_1, \quad X_2 \quad X_3, \quad X_n \quad \geq 0$$

# أولا الصيغة العامة

$$Min\ or\ Max(Z\ or\ x_0) = 7X_1 + 3X_2 + 5X_3$$

$S.TO$

$$5X_1 + 9X_2 + 4X_3 \leq = \geq \ 30$$

$$8X_1 + 2X_2 + 6X_3 \leq = \geq \ 42$$

$$4X_1 + 5X_2 + 3X_3 \ \leq = \geq \ 25$$

$$X_1, X_2, X_3 \geq \ 0$$

# الصيغة العامة(مواصفاتها حسب مكونات النموذج)

- دالة الهدف (OF) تكون اما تعظيم (Max)  او تخفيض  (Min).
- القيود : اتجاه متباياناتها تكون اما اكبر ويساوي (≥)  او مساواة (=) او اصغر ويساوي (≤).
- الجانب الأيمن (.Rhs): تكون اما سالب (-) او تكون (+).
- متغيرات القرار (Variables) : تكون جميعها موجبة، وقد يكون بعضها غير محدد بإشارة ( Un sign variable)