3- ويستمر الجدول الحد الأعلى للفئة الأولى يكون الحد الأدنى للفئة الثانية يضاف إليه طول الفئة يكون الحد الأعلى.

| عدد الفئات | التكرار | $f_i$ |
|---|---|---|
| 19 – 21 | III | 3 |
| 21 – 23 | IIIIIII | 7 |
| 23 – 25 | IIIIIIIIIIIIIIII | 16 |
| 25 – 27 | IIIIIII | 7 |
| 27 – 29 | IIII | 4 |
| 29 – 31 | III | 3 |
| المجموع | | 40 |

<u>الطرق المختلفة في كتابة حدود الفئات :</u>

نفرض لدينا الجدول التالي :

| الفئات | الفئات | الفئات |
|---|---|---|
| 40 – 49 | 40 - | 40 – 50 |
| 50 – 59 | 50 - | 50 – 60 |
| 60 – 69 | 60 – 70 | 60 – 70 |

جدول توزيع تكراري متقطع جدول توزيع مستمر جدول توزيع تكراري متصل أو مستمر

جدول التوزيع التكراري حسب نوع المتغير :

1- جدول التوزيع التكراري في حالة المتغيرات العشوائية المستمرة :

في هذه الحالة تكتب حدود الفئات كما هو موضح في المثال التالي :

مثال 2 : البيانات التالية تمثل أوزان ( كغم ) عينة من طلبة إحدى الكليات قوامها ( 37 ) طالب ، المطلوب : كون جدول التوزيع التكراري لهذه البيانات :

100 , 65 , 70 , 83 , 94 , 55 , 46 , 47.8 , 62.3 , 77.2 , 61.3 , 62.9 , 66.5 , 66.9 , 68.3 , 70 , 73.2 , 73.8 , 82.4 , 58.2 , 59.9 , 54.4 , 58.7 , 52.6 , 51.8 , 74.1 , 80.2 , 75.1 , 78.3 , 58.5 , 62 , 66.3 , 65 , 67.1 , 88.2 , 89.1 , 80.1 , 76.3

الحل :

1- نجد المدى $T.R = x_L - x_s + 1$

$= 100 - 46 + 1 = 55$

2- نجد عدد الفئات $m = 2.5 \sqrt[4]{n}$

3- طول الفئه $= 2.5 \sqrt[4]{38} = 6.16 = 6$

$L = \frac{T.R}{m} = \frac{55}{6} = 9$

| التكرار | الفئات |
|---|---|
| 5 | 46 – 55 |
| 9 | 55 – 64 |
| 8 | 64 – 73 |
| 9 | 73 – 82 |
| 4 | 82 – 91 |
| 2 | 91 – 100 |

**2- في حالة المتغيرات العشوائية المتقطعة :**

في هذه الحالة تكتب حدود الفئات حسب التوزيع التكراري التالي ، بحيث تضمن أن كل قيمة من قيم البيانات تضمن في فئة واحدة من فئات التوزيع دون أي تكرار قد يحصل في هذه الفئات أو تلك ، بحيث أن طول الفئة L يكون مساوياً للفرق ما بين الحد الأعلى للفئة وحدها الأدنى مضاف للفرق العدد واحد.

مثال 3 : البيانات التالية تمثل عدد الموظفين الفنيين والإداريين والخدميين لـ 60 منشأة تابعة لوزارة الصناعة والتجارة.

المطلوب : تبويب هذه البيانات في جدول تفريغ تكراري :

60 , 76 , 80 , 120 , 132 , 82 , 90 , 65 , 68 , 73 , 150 , 142 , 157 , 164 , 88 , 90 , 98 , 101 , 103 , 110 , 119 , 116 , 120 , 126 , 109 , 114 , 120 , 122 , 111 , 116 , 90 , 78 , 93 , 95 , 98 , 104 , 120 , 113 , 121 , 119 , 125 , 126 , 130 , 131 , 136 , 118 , 142 , 148 , 150 , 154 , 122 , 123 , 139 , 125 , 156 , 154 , 136 , 137 , 110 , 136

1- T.R = 164 – 60 + 1 = 105 المدى

2- m = 2.5 $\sqrt[4]{n}$ = 2.5 $\sqrt[4]{60}$ = 2.5 ( 2.783 ) عدد الفئات

m = 6.958 = 7

3- L = $\frac{T.R}{m}$ = $\frac{105}{7}$ = 15 طول الفئة

ترتيب القيم تصاعدياً :

60 , 65 , 68 , 73 , 76 , 78 , 80 , 82 , 88 , 90 , 90 , 90 , 93 , 95 , 98 , 98 , 101 , 103 , 104 , 109 , 110 , 110 , 111 , 113 , 114 , 116 , 116 , 118 , 119 , 119 , 120 , 120 ,120 ,120 , 121 , 122 , 122 , 123 , 125 , 125 , 126 , 126 , 130 , 131 , 132 , 136 ,136,136, 137 , 139 , 142 , 142 ,148,150, 150 , 154 , 154 , 156 , 157 , 164

| التكرار | التكرار | الفئات |
|---|---|---|
| 4 | IIII | 60 – 74 |
| 5 | IIIII | 75 – 89 |
| 10 | IIIIIIIIII | 90 – 104 |
| 11 | IIIIIIIIIII | 105 – 119 |
| 15 | IIIIIIIIIIIIIII | 120 – 134 |
| 8 | IIIIIIII | 135 – 149 |
| 7 | IIIIIII | 150 – 164 |
| 60 | | |

**ملاحظات على تكوين الجداول التكرارية :**

1- عند تحديد عدد الفئات يفضل أن يكون العدد مناسب وعلى هذا يجب أن توازن دائماً عند تحديد الفئات بين الدقة بالنتائج والسهولة بالعمل الحسابي.

2- يفضل جعل فئات الجداول متساوية في الطول.

3- عند كتابة الفئات في الغالب نبدأ بأقل مفردة لدينا كحد أدنى للفئة الأولى ويجوز في بعض الأحيان أن نبدأ بقيمة أقل عن قيمة أقل مفردة كحد أدنى للفئة الأولى ، وينتهي الجدول بقيمة أكبر مفردة كحد أعلى للفئة الأخيرة ويجوز أن ينتهي بقيمة أكبر من هذه القيمة ولا يجوز أن ينتهي بقيمة أقل من قيمة أكبر مفردة.

4- يفضل قدر الإمكان تجنب الجداول المفتوحة حيث يفضل عليها الجداول المغلقة.

5- يسمى الجدول مقفلاً إذا كان الحد الأعلى للفئة الأولى معروفاً وكذلك الحد الأعلى للفئة الأخيرة معروف أيضاً أما الجدول المفتوح فيكون على الحالات التالية :

أ- مفتوحاً من طرفين إذا كان الحد الأدنى للفئة الأولى غير معلوم وكذلك الحد الأعلى للفئة الأخيرة غير معلوم أيضاً.

ب- يكون مفتوحاً من طرفه الادنى فقط إذا كان الحد الأدنى للفئة الأولى غير معلوم فقط.

ج- يكون مفتوحاً من طرفه الاعلى فقط إذا كان الحد الاعلى للفئة الاخيره غير معلوم فقط.

| الفئات | الفئات | الفئات | الفئات | الفئات |
|---|---|---|---|---|
| 30 – 40 | أقل من 40 | أقل من 40 | 40 – 50 | 40 - 50 |
| 40 – 50 | 40 – 50 | 40 – 50 | 50 – 70 | 50 – 60 |
| 50 – 60 | 50 – 60 | 50 – 60 | 70 – 80 | 60 – 70 |
| 60 فأكثر | 60 – 70 | 60 – 70 | 80 – 100 | 70 – 80 |
| مفتوح في الطرف الاعلى فقط | مفتوح من الطرف الأدنى فقط | 70 فأكثر مفتوح من الطرفين | جدول غير منتظم | جدول منتظم |

التكرار النسبي والمئوي

ان جدول التوزيع التكراري النسبي هو جدول يبين الأهمية النسبية لكل فئة حيث :

التكرار النسبي = $\frac{\text{تكرار تلك الفئة}}{\text{المجموع الكلي التكرارات}}$

التكرار النسبي = $\frac{fi}{\sum_{i=1}^{m} fi}$

اما التكرار المئوي فانه يبين الاهمية المئوية لكل فئة :

التكرار المئوي = $\frac{\text{تكرار تلك الفئة}}{\text{المجموع الكلي التكرارات}} \times 100$

التكرار المئوي = $\frac{fi}{\sum_{i=1}^{m} fi} * \mathbf{100}\%$

وعادة يصبح التكرار النسبي تكرار مئوي وذلك بضربه في 100%

التكرارات المئوي = $\frac{\text{تكرار الفئة}}{\text{مجموع التكرارات}} \times 100$

مثال 5 :

للجدول التالي جد التكرار النسبي والمئوي لكل فئة :

| الفئات | Fi | التكرار النسبي | التكرار المئوي |
|---|---|---|---|
| 31 – 40 | 1 | $\frac{1}{80}$ = 0.0125 | $\frac{1}{80}$ = 0.0125 * 100 = 1.25 |
| 41 – 50 | 2 | $\frac{2}{80}$ = 0.0250 | $\frac{2}{80}$ = 0.025 * **100** = 2.5 |
| 51 – 60 | 5 | $\frac{5}{80}$ = 0.0625 | 0.06 25* **100**= 6.25 |
| 61 – 70 | 15 | 0.187 | 18.7 |
| 71 – 80 | 25 | 0.3125 | 31.25 |
| 81 – 90 | 20 | 0.25 | 25 |
| 91 – 100 | 12 | 0.15 | 15 |
| المجموع | 80 | 1 | 100 |

التكرار النسبي = $\frac{fi}{\sum_{i=1}^{m} fi}$

ملاحظة الرمز $\sum$ يعني المجموع الكلي.

على سبيل المثال $\frac{fi}{\sum_{i=1}^{m} fi} = \frac{1}{80}$

التكرار المئوي = $\frac{\text{تكرار كل فئة}}{\text{المجموع الكلي التكرارات}} \times 100\%$

$= \frac{1}{80} * 100\% = = 0.0125 * 100\% = 1.25\%$

**<u>التوزيع التكراري المتجمع :</u>** إن جدول التوزيع التكراري العادي الذي سبق شرحه يبين توزيع قيم المتغير على الفئات المختلفة ولكن في بعض الأحيان قد تكون هناك حاجة إلى معرفة عدد القيم أو المفردات التي تقل أو تزيد من قيمة معينة والجداول التي تحتوي على مثل هذه المعلومات تدعى بالجداول التكرارية المتجمعة ، وهناك نوعان من هذه الجداول :

1- جدول التوزيع التكراري المتجمع الصاعد : ولتكوين هذا الجدول نبدأ بتجميع التكرارات من الفئة الأولى إلى أن نصل إلى الفئة العليا ، وسنرمز للتكرار المتجمع لأي فئة بالرمز (Fi)، حيث أن الرمز (fi) يكون للتكرار العادي ، وفيما يلي توضيح لذلك :

التكرار المتجمع الصاعد للفئة الأولى $F_1 = f_1$

التكرار المتجمع الصاعد للفئة الثانية $F_2 = f_1 + f_2 = F_1 + f_2$

التكرار المتجمع الصاعد للفئة الثالثة $F_3 = f_1 + f_2 + f_3 = F_2 + f_3$

التكرار المتجمع الصاعد للفئة الأخيرة = $F_n = f_1 + f_2 + \ldots f_n = F_{n-1} + f_n$

2- <u>التكرار المتجمع النازل :</u> هي هذا النوع من التكرار نضع التكرارات المتجمعة مبتدئين من الفئة العليا إلى أن نصل إلى الفئة الدنيا وكما موضح أدناه :

التكرار المتجمع النازل للفئة الأولى $F_1 = F_n = \sum fi$

التكرار المتجمع النازل للفئة الثانية $F_2 = F_n - f_1 = F_1 - f_1$

التكرار المتجمع النازل للفئة الثالثة $F_3 = F_n - f_1 - f_2 = F_2 - f_2$

التكرار المتجمع النازل للفئة الأخيرة $F_n = F_1 - F_2 \ldots F_{n-1} = F_1 - \sum_{i=1}^{n} f_i$

ملاحظة :

لإيجاد التكرار المتجمع الصاعد أو النازل النسبي أو المئوي نتبع ما يلي :

التكرار المتجمع الصاعد أو النازل النسبي = $\frac{\text{التكرار المتجمع الصاعد أو النازل للفئة}}{\text{المجموع الكلي التكرارات}}$

أما التكرار المئوي المتجمع الصاعد أو النازل فهو عبارة عن التكرار النسبي الصاعد أو النازل مضروب × 100%

مثال 6 : البيانات التالية تمثل توزيع 80 عائلة حسب ملكيتها من الدخل الشهري.

المطلوب :

1- أوجد التكرار المتجمع الصاعد والنازل.

2- إيجاد عدد العوائل التي دخلها الشهري تقل عن 80.

3- إيجاد عدد العوائل التي دخلها الشهري يزيد عن 60.

4- التكرار النسبي والمئوي المتجمع الصاعد والنازل.

| الفئات | عدد العوائل $f_i$ | التكرار المتجمع الصاعد / الحدود العليا للفئات | $F_i$ |
|---|---|---|---|
| 30 – 40 | 1 | 40 وأقل من 40 | 1 |
| 40 – 50 | 2 | 50 وأقل من 50 | 3 |
| 50 – 60 | 5 | 60 وأقل من 60 | 8 |
| 60 – 70 | 15 | 70 وأقل من 70 | 23 |
| 70 – 80 | 25 | 80 وأقل من 80 | 48 |
| 80 – 90 | 20 | 90 وأقل من 90 | 68 |
| 90 – 100 | 12 | 100 وأقل من 100 | 80 |

$F_1 = f_1 = 1$

$F_2 = F_1 + f_2 = f_1 + f_2 = 1 + 2 = 3$

$F_3 = F_2 + f_3 = f_1 + f_2 + f_3 = 1 + 2 + 5 = 8$

$F_4 = F_3 + f_4 = f_1 + f_2 + f_3 + f_4 = 1 + 2 + 5 + 8 = 23$

$F_5 = F_4 + f_5 = 23 + 25 = 48$

$F_5 = f_1 + f_2 + f_3 + f_4 + f_5 = 1 + 2 + 5 + 15 + 25 = 48$

$F_6 = F_5 + f_6 = 48 + 20 = 68$

$F_6 = f_1 + f_2 + f_3 + f_4 + f_5 + f_6 = 1 + 2 + 5 + 15 + 25 + 20 = 68$

$F_7 = F_6 + f_7 = 68 + 12 = 80$

$F_7 = f_1 + f_2 + f_3 + f_4 + f_5 + f_6 + f_7 = 1 + 2 + 5 + 15 + 25 + 20 + 12 = 80$

| الفئات | عدد العوائل $f_i$ | التكرار المتجمع النازل / الحدود الدنيا للفئات | $F_i$ |
|---|---|---|---|
| 30 – 40 | 1 | 30 فأكثر | 80 |
| 40 – 50 | 2 | 40 فأكثر | 79 |
| 50 – 60 | 5 | 50 فأكثر | 77 |
| 60 – 70 | 15 | 60 فأكثر | 72 |
| 70 – 80 | 25 | 70 فأكثر | 57 |
| 80 – 90 | 20 | 80 فأكثر | 32 |
| 90 – 100 | 12 | 90 فأكثر | 12 |
| | | 100 فأكثر | 0 |

$F_1 = f_n = \frac{fi}{\sum_{i=1}^{m} fi} = 80$

$F_2 = F_n - f_1 = 80 - 1 = 79$

$F_3 = F_n - f_1 - f_2 = F_2 - f_2 = 80 - 1 - 2 = 77$

$F_4 = F_n - f_1 - f_2 - f_3 = 80 - 1 - 2 - 5 = 72$

$F_5 = F_n - f_1 - f_2 - f_3 - f_4 = 80 - 1 - 2 - 5 - 15 = 57$

$F_6 = f_n - f_1 - f_2 - f_3 - f_4 - f_5 = 80 - 1 - 2 - 5 - 15 - 25 = 32$

$F_7 = f_n – f_1 - f_2 - f_3 - f_4 - f_5 - f_6 - f_7 = 80 – 1 – 2 – 5 – 15 – 25 – 20 – 12 = 0$

2- عدد العوائل التي دخلها الشهري يقل عن 80وأقل هو 48.

3- عدد العوائل التي دخلها الشهري يزيد عن 60فأكثر هو 72.

4- التكرار النسبي والمئوي :

| التكرار المتجمع الصاعد النسبي $F_i$ | التكرار المتجمع الصاعد المئوي $F_i$ | التكرار المتجمع النازل النسبي $F_i$ | التكرار المتجمع النازل المئوي $F_i$ |
|---|---|---|---|
| 1\80 = 0.125 | ( 0.125 *100% ) = 1.25 | 80 \ 80 = 1 | ( 1 * 100% ) =100 |
| 3\80 = 0.0375 | 3.75 | 79 \ 80 = 0.9875 | ( 0.9875 * 100% ) = 98.75 |
| 8\80 = 0.1 | 10 | 77 \ 80 = 0.9625 | 96.25 |
| 0.2875 | 28.75 | 0.9 | 90 |
| 0.6 | 60 | 0.7195 | 71.25 |
| 0.85 | 85 | 0.4 | 40 |
| 1 | 100 | 0.15 | 15 |

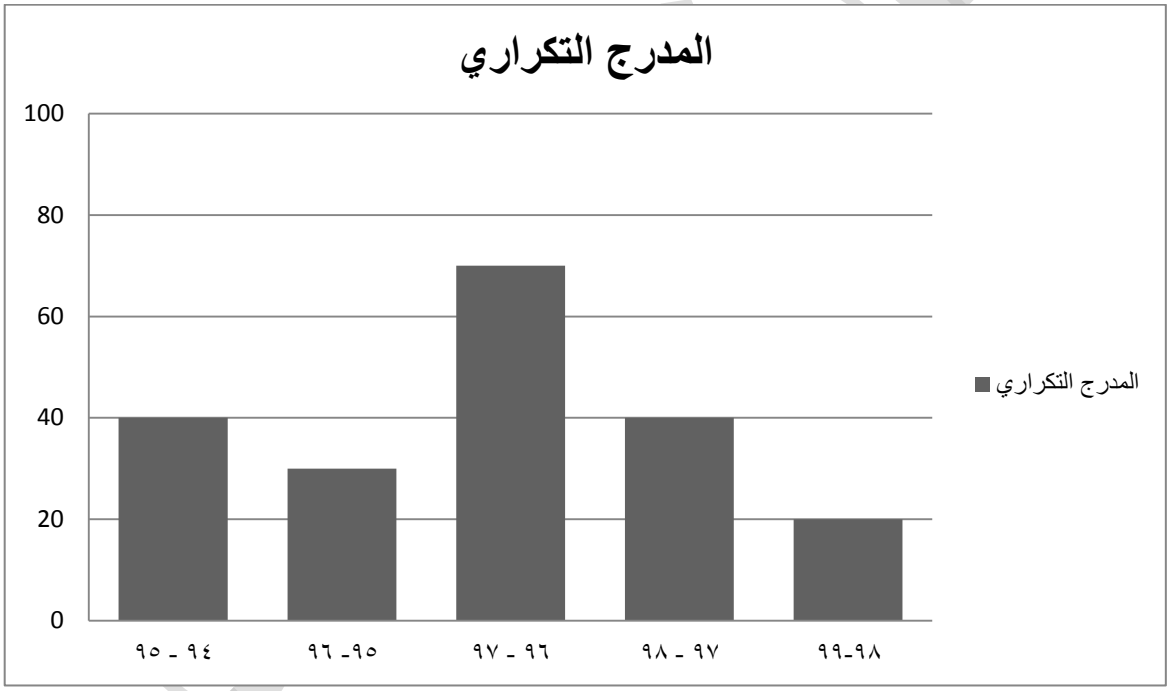
<u>العرض الهندسي للبيانات :</u> بغية إعطاء فكرة واضحة وسريعة عن البيانات المبوبة في جداول التوزيعات التكرارية فأنه يتم عرض هذه البيانات بهيئة رسوم بيانية وأشكال هندسية متعددة الأشكال والتصاميم والبعض منها بهيئة رسوم تصورية ، وأن هذه الرسوم والصور والأشكال الهندسية ما هي إلا تعيين وتوضيح للبيانات بطريقة سهلة وفعالة تساعد القارئ على فهم واستيعاب قيم الظاهرة ومقارنتها مع بعضها ، هناك عدة طرق تستخدم لتمثيل التوزيعات التكرارية بالرسم منها :

1- المدرج التكراري : وهو عبارة عن مستطيلات رأسية تمتد قواعدها على المحور الأفقي لتمثيل أطوال الفئات بينما ارتفاعها تمثل تكرارات الفئات ، وهذه المستطيلات تكون منفصلة عن بعضها في حالة المتغيرات المتقطعة وتكون متصلة مع بعضها في حالة المتغيرات المستمرة وحسب تسلسل فئات التوزيع.

مثال 7 :بلغت عدد الدورات للموظفين التي نفذت من قبل مركز التدريب والتعليم المستمر في جامعة بغداد للسنوات في عام 1994ولغاية عام 1999كما يلي :

| الفئات ( السنوات ) | عدد الدورات *fi* |
|---|---|
| 94 – 95 | 40 |
| 95 – 96 | 30 |
| 96 – 97 | 70 |
| 97 – 98 | 40 |
| 98 – 99 | 20 |
| | 200 |

المطلوب : أرسم المدرج التكراري.




## 2- المضلع التكراري :

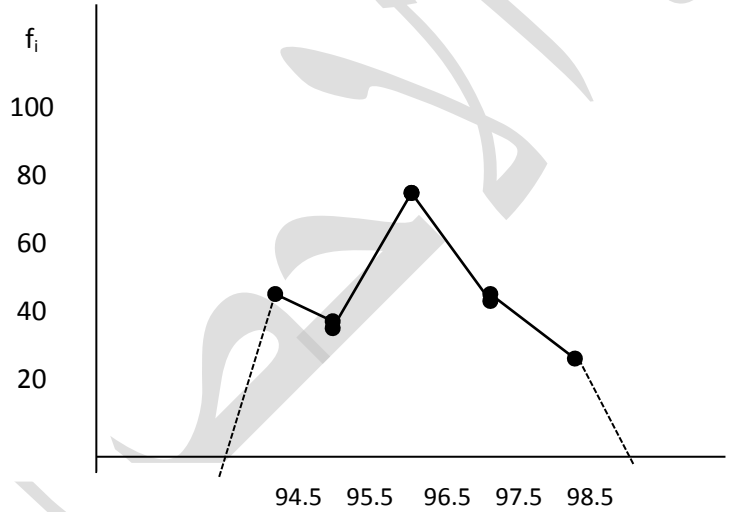
وهو عبارة عن خطوط مستقيمة ومتكسرة تصل بين نقاط كل منها. واقعة فوق مركز فئة على ارتفاع يمثل تكرار تلك الفئة وعادة يفضل في المضلع التكراري بأن نصل بداية المضلع بالمحور الافقي بمركز فئة ( خيالية ) واقعة إلى يسار أول فئة تكرارها صفر وتصل نهاية المضلع الأفقي بمركز فئة خيالية واقعة إلى يمين آخر فئة تكرارها أيضاً صفر هذا ويمكن رسم المضلع التكراري باستعمال المدرج التكراري وذلك بعد تصنيف القواعد العليا للمستطيلات والتي تمثل مراكز الفئات بنقاط ثم نوصل هذه النقاط بمستقيمات.

مثال 8 / لنفس البيانات في المثال رقم ( 7 ) ارسم المضلع التكراري.

مركز الفئة الأولى = $\frac{\text{الحد الأعلى+الحد الأدنى}}{2}$

$= \frac{95+94}{2} = \frac{189}{2} = 94.5$

| الفئات | $f_i$ | مركز الفئة $x_i$ |
|---|---|---|
| 94 – 95 | 40 | 94.5 |
| 95 – 96 | 30 | 95.5 |
| 96 – 97 | 70 | 96.5 |
| 97 – 98 | 40 | 97.5 |
| 98 – 99 | 20 | 98.5 |




مركز الفئة

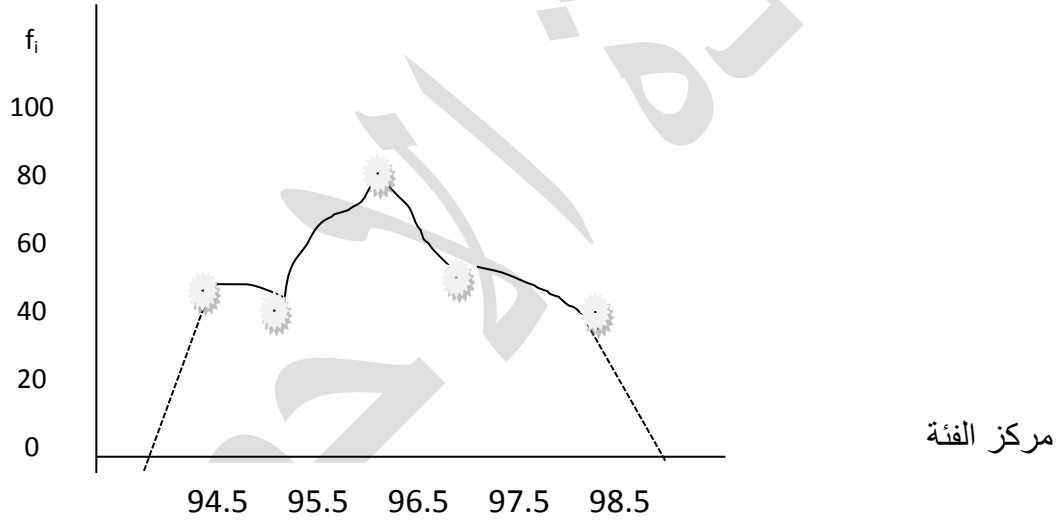
ملاحظة : في حالة رسم المضلع يتم توصيل الإحداثي بمركز الفئة الخيالي مثل 35و 99كما في المثال أعلاه لغلق المضلع وتكرار هذه المراكز يكون مساوي إلى الصفر.

**3- المنحنى التكراري** : لا تختلف فكرة رسم المنحنى التكراري في المضلع التكراري من حيث الأسلوب لكن الفرق الوحيد ما بينهما هو أنه بدلاً من توصيل النقاط ( مركز الفئة ) والتكرار بمستقيمات فأنه يتم تمرير منحني ما بين هذه النقاط هذا المنحني يمثل المنحنى التكراري لذلك التوزيع وعادة يرسم المنحنى التكراري بأن نصل بدايته بالحد الأدنى للفئة الأولى ونهايته بالحد الأعلى للفئة الأخيرة وبالإمكان رسم المنحى التكراري من المضلع التكراري.

مثال 9 :

لنفس البيانات السابقة في المثال رقم ( 8 ) أرسم المنحنى التكراري.

| الفئات | $f_i$ | مركز الفئة $x_i$ |
|---|---|---|
| 94 – 95 | 40 | 94.5 |
| 95 – 96 | 30 | 95.5 |
| 96 – 97 | 70 | 96.5 |
| 97 – 98 | 40 | 97.5 |
| 98 – 99 | 30 | 98.5 |




ملاحظة : بالإمكان رسم المضلع التكراري والمنحنى المدرج التكراري سوية وذلك بأن تكون رؤوس المنحني والمضلع في نصف ارتفاع المستطيل.

**4 - المستطيل البياني :**

وهو عبارة عن شكل هندسي يستخدم في تمثيل بيانات ظاهرة معينة بكل أجزاءها الى عدد من الأصناف القابلة للتجميع ، مثل عدد الطلبة الموزعين حسب المراحل الدراسية ، ان فكرة هذا الشكل بسيطة تتلخص باختيار مستطيل ذو قاعدة مناسبة بقياس مناسب ، ويمثل هذا المستطيل الكبير مجموع البيانات الكلية عن الظاهرة ( عدد الطلبة ) مثلا ، وبعد ذلك يتم تمثيل كل صنف من الاصناف بمستطيل جزئي داخل المستطيل الكبير بحيث ان مجموع المستطيلات الجزئية تمثل مساحة المستطيل الكبير ، ويتم اختيار قواعد المستطيلات الجزئية وفق القانون التالي :

طول قاعدة المستطيل الجزئي = عدد بيانات الصنف / مجموع البيانات الكلية * طول قاعدة المستطيل الكبير

مثال / بلغ عدد الطلبة في احدى الكليات 2000 طالب وطالبة منهم 800 في المرحلة الاولى ، 500 في المرحلة الثانية ، 400 في المرحلة الثالثة ، 300 في المرحلة الرابعة ، يطلب تمثيل هذه البيانات بمستطيل بياني .

الحل / نختار مستطيل ذو قاعده مساويه الى 10 سم وعندئذ فأن طول قاعدة كل مستطيل جزئي لكل مرحلة هو

للمرحلة الاولى _____ $\frac{800}{2000}*10 = 4cm$

للمرحلة الثانية _____ $\frac{500}{2000}*10 = 2.5cm$

للمرحلة الثالثة _____ $\frac{400}{2000}*10 = 3cm$

للمرحلة الرابعة _____ $\frac{300}{2000}*10 = 1.5cm$

| المرحلة الاولى | المرحلة الثانية | المرحلة الثالثة | المرحلة الرابعة |
|---|---|---|---|

**- الدائرة البيانية :**

وهذه عباره عن شكل هندسي مثلها مثل المستطيل البياني حيث انه هنا وبدلا من تمثيل الاصناف بمستطيلات جزئية فأنه يتم تمثيلها بقطاعات داخل دائرة بحيث ان مجموع مساحات القطاعات تمثل مساحة الدائرة وبهدف تحديد كل قطاع فأنه يتوجب تحديد زاوية كل منها ان ذلك يتم وفق مايلي :

زاوية القطاع = عدد بيانات اصنف /مجموع البيانات الكلية * $360^\circ$

مثال / بلغ عدد المهمات القتالية التي كلفت بها طائرات احدى القواعد الجوية خلال اسبوع معين 1600 مهمة قتالية موزعة على النحو التالي :

يوم السبت 250 ، الاحد 370 ، الاثنين 400 ، الثلاثاء 280 ، الاربعاء 150 ، الخميس 100 ، الجمعة 50 ،

يطلب تمثيل هذه البيانات بدائرة بيانية ؟

الحل / نختار دائرة ذات نصف قطر (5 سم ) ونبدأ بتحديد زاوية كل قطاع الذي يمثل يوم معين وعلى النحو التالي :

يوم السبت $\frac{250}{1600} * 360^o = 56.25^o$

يوم الاحد $\frac{370}{1600} * 360^o = 83.25^o$

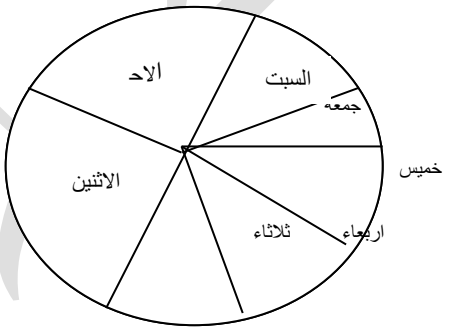
يوم الاثنين $\frac{400}{1600} * 360^o = 90^o$

يوم الثلاثاء $\frac{280}{1600} * 360^o = 63^o$

يوم الاربعاء $\frac{150}{1600} * 360^o = 33.75^o$

يوم الخميس $\frac{100}{1600} * 360^o = 22.5^o$

يوم الجمعة $\frac{50}{1600} * 360^o = 11.25^o$




**<u>التوزيع التكراري المزدوج :</u>**

يلاحظ في أحوال كثيرة وجود علاقة ما بين متغيرين ( ظاهرتين ) أو أكثر مثل العلاقة بين وزن الشخص وطوله ، سعر سلعة معينة والكمية المطلوبة منها ، الدخل الشهري والانفاق الشهري على السلع الغذائية وغيرها من الأمثلة الأخرى وهذا يعني أنه على أساس عينة عشوائية من المفردات وقوامها ( n ) مفرده سوف نحصل على زوج من القيم عن كل مفردة ، فإذا فرضنا أن xيمثل المتغير الأول وy المتغير الثاني فأن البيانات التي سيتم الحصول عليها من هذين المتغيرين هي أزواج القيم التالية :

$$( x , y ) ( x , x ) ( x_1 , y_2 ) ( x_n , y_n )$$

وبغية تبويب هذه البيانات في جدول موحد من أجل إعطاء ملخص واضح عنها فأن ذلك يتم من خلال تكوين فئات توزيع كل متغير بشكل منفصل ومن ثم دمج التوزيعين في جدول واحد ( ذات اتجاهين) صفوفه تمثل أحد المتغيرين واعمدته تمثل فئات المتغير الآخر ، بعد اكمال هذه العملية نبدأ بتفريغ البيانات في خلايا هذا الجدول بحيث نضمن أن كل زوج من أزواج القيم يؤشر في خلية واحدة فقط من خلايا الجدول التي تمثل منطقة التقاء فئة صفية مع فئة عمودية ، وعندئذ فأن مجموعي التأشيرات في الخلية الواحدة سوف يمثل تكرار تلك الفئة الخلية الذي يمثل عدد المفردات التي تتصف بكونها تنتمي لتلك الفئة الصفية وفي نفس الوقت لتلك الفئة العمودية ، والجدول التالي يمثل نموذج لجدول توزيع تكراري مزدوج لافتراض أن عدد فئات المتغير xهوm وأن عدد فئات المتغير yهو k.

| فئات y *x* | 1 2 … m | المجموع |
|---|---|---|
| 1 | $f_{11} f_{12} \dots f_{1m}$ | f.1 |
| 2 | $f_{21} f_{22} \dots f_{2m}$ | f.2 |
| : | : : : | : |
| K | $f_{k1} f_{k2} \dots f_{km}$ | f.k |
| | $f_{1.}$ $F_{2.}$ … $f_{m.}$ | $f_{rm} \rightarrow n$ |

فمثلاً $f_{21}$يمثل تكرار الخلية الناتجة من التقاء الفئة الثانية من فئات ( x ) مع الفئة الأولى من فئات ( y ) كذلك فأن المجاميع المقابلة لفئات ( x ) أسفل الجدول تمثل تكرارات مخططات ( x ) فقط ، في حين أن المجاميع المقابلة الفئات ( y ) تمثل تكراراتها فقط ، وإن fيمثل مجموع التكرارات الكلية ، أي عدد مفردات العينة ، وهذا يعني أن :

$$f.. = f_1 + f_2 + \dots f_m = f_1 + f_2 + \dots f_k = n$$

مثال :

في دراسة لبيان العلاقة ما بين وزن الشخص ( كغم ) وطوله ( سم ) ، اختيرت عينة عشوائية قوامها ( 12 ) شخص وتم قياس وزن كل منهم ( x ) وطوله ( y ) وكانت نتائج القياس ما يلي : المطلوب : تفريغ هذه البيانات في جدول توزيع تكراري مزدوج.

| | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| *X* | *50* | *53* | *55* | *62* | *67* | *70* | *71* | *77* | *80* | *82* | *90* | *90* |
| *Y* | *163* | *168* | *166* | *164* | *166* | *172* | *174* | *180* | *176* | *185* | *174* | *188* |